

# KWANTYZACJA

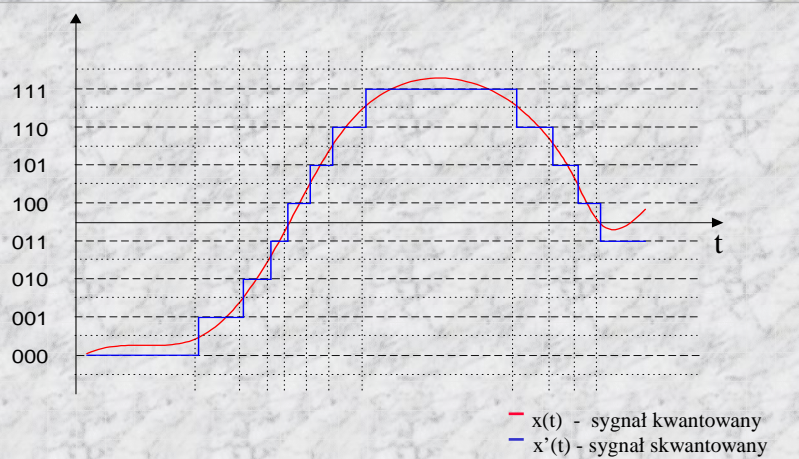
*Adam Głogowski*

## kwantyzacja

W tej części prezentacji zostanie omówiony problem kwantyzacji. Przedstawiony będzie także przykład kwantowania sygnału, charakterystyka kwantyzera oraz podstawowe parametry kwantyzera wraz z wpływającymi na nie wielkościami.

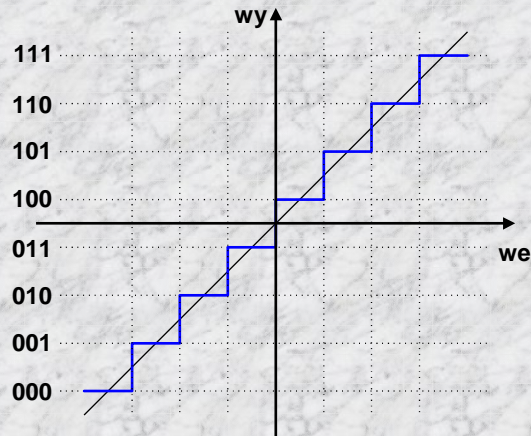
**Kwantyzacja** - *dyskretyzacja, przekształcenie jednoznaczne funkcji o wartościach tworzących zbiór ciągłych w funkcję o wartościach tworzących zbiór dyskretny.*

## Przykład kwantowania sygnału

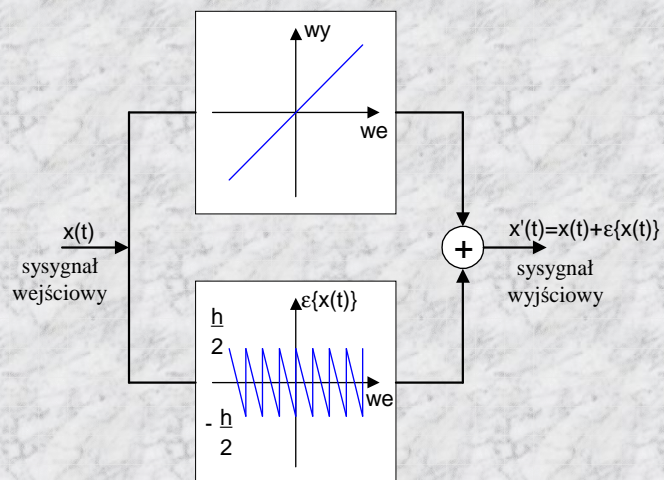




## Charakterystyka kwantyzera



## Realizacja analogowa kwantyzera



## Parametry kwantyzera

**nominalnie pełny zakres przetwarzania:**

$$U_{FS} = 2^N h$$

**rzeczywisty zakres przetwarzania:**

$$U_{\max} = (2^N - 1)h$$

**zdolność rozdzielcza (rozdzielczość):**

$$h = 1LSB = U_{FS} / 2^N$$

## Parametry kwantyzera

**Stosunek sygnał - szum** jest ilorazem mocy sygnału użytecznego  $S$  i szumu kwantyzacji  $N_q$ .

$$\frac{S}{N} = \frac{S}{N_q}$$



## Parametry kwantyzera

stosunek sygnał-szum

**Moc sygnału** liczona jako wartość  
średniokwadratowa z sygnału użytecznego

$$S = \overline{A_s^2} = \frac{1}{2} A_s^2$$

## Parametry kwantyzera

stosunek sygnał-szum, moc sygnału

Amplituda sygnału:  $A_s = \frac{hI_s}{2}$

gdzie:

$I$  - liczba interwałów wykorzystanych przez sygnał  
w pełni wysterowany:

$$I = 2^N - 1$$

$I_s$  - liczba interwałów wykorzystanych przez sygnał:

$$I_s = I 10^{\frac{D_{[dB]}}{20}} = (2^N - 1) 10^{\frac{D_{[dB]}}{20}}$$

$D_{[dB]}$  - względny poziom sygnału:

$$D_{[dB]} = 20 \log \frac{U_s}{U_{\max}} = 20 \log \frac{I_s}{I}$$

## Parametry kwantyzera

stosunek sygnał-szum

**Moc sygnału** liczona jako wartość średniokwadratowa z sygnału użytecznego

$$S = \overline{A_s^2} = \frac{1}{2} A_s^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{hI_s}{2} \right)^2 = \frac{h^2 I_s^2}{8}$$

## Parametry kwantyzera

stosunek sygnał-szum

**Szum kwantyzacji-Nq** jest równy mocy błędu kwantyzacji przy założeniu równomiernego rozkładu prawdopodobieństwa wystąpienia błędu w przedziale  $(-h/2, h/2)$ .

$$p(\varepsilon) = \begin{cases} 1/h & \text{dla } -h/2 \leq \varepsilon \leq h/2 \\ 0 & \text{dla } |\varepsilon| > h/2 \end{cases}$$

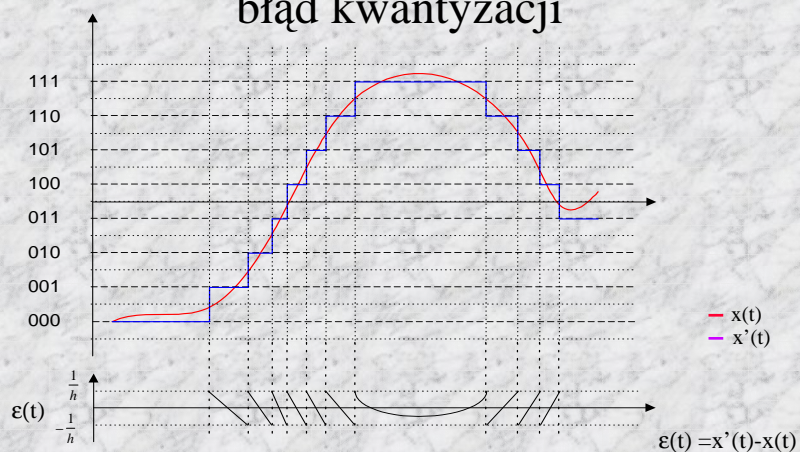
$$N_q = \overline{\varepsilon^2} = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon^2 p(\varepsilon) d\varepsilon = \int_{-\frac{1}{h}}^{\frac{1}{h}} \frac{1}{h} \varepsilon^2 d\varepsilon = \frac{h^2}{12}$$



## Parametry kwantyzera

stosunek sygnał-szum, шум

### błąd kwantyzacji



## Parametry kwantyzera

Stosunek sygnał - шум jest ilorazem mocy sygnału użytecznego  $S$  i szumu kwantyzacji  $N_q$ .

$$\frac{S}{N} = \frac{P_s}{N_q} = \frac{\overline{x^2(t)}}{n^2(t)} = \frac{\frac{h^2 I_s^2}{8}}{\frac{h^2}{12}} = \frac{3I_s^2}{2}$$

przy pełnym wysterowaniu:

$$I_s = 2^N - 1 \approx 2^N \Rightarrow \frac{S}{N} = \frac{3}{2} 2^{2N}$$

## Parametry kwantyzera

**dynamika sygnału** definiowana jest jako 20 log ze stosunku maksymalnej do minimalnej wartości sygnału.

$$SNR = 20 \log \left[ \frac{U_{rms\_sig}}{U_{rms\_noise}} \right] [dB] \approx 6n + 10.8 - 9 [dB]$$

$$\approx 6n + 1.8 [dB]$$

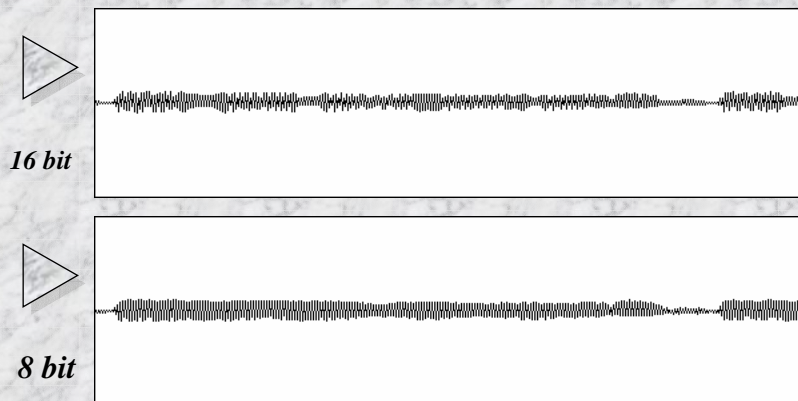
$$\frac{U_{pp\_noise}}{U_{rms\_noise}} \approx 10.8 [dB]$$

$$\frac{U_{pp\_sig}}{U_{rms\_sig}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 9 [dB]$$

## Parametry kwantyzera

dynamika

*sygnał na 16 i 8 bitach*

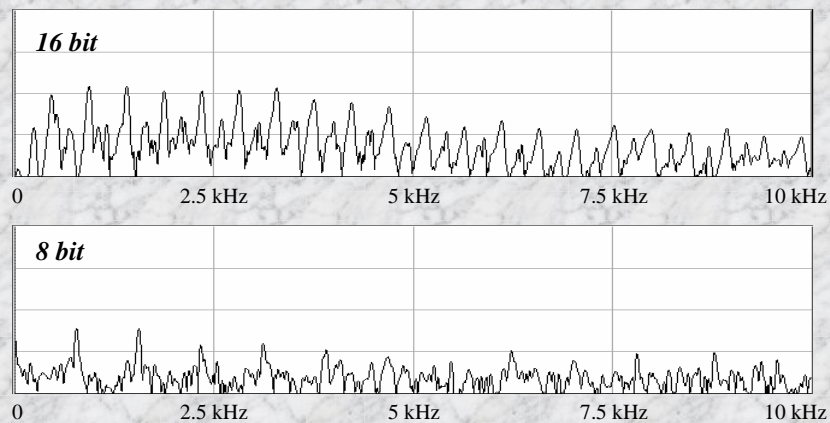




## Parametry kwantyzer

dynamika

*widmo sygnału na 16 i 8 bitach*

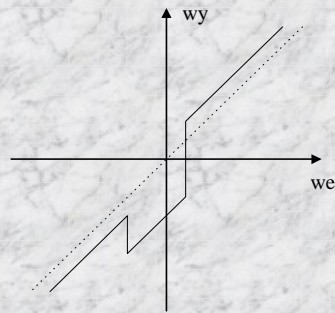


## zniekształcenia kwantyzacji

Następne slajdy zobrazują zniekształcenia wnoszone przez kwantyzator, zarówno te spowodowane oczywistymi różnicami pomiędzy sygnałem analogowym i cyfrowym, jak i spowodowane błędami wykonania kwantyzer. Przedstawione zostaną również dwie koncepcje redukowania ich efektów (dithering i noise shaping).

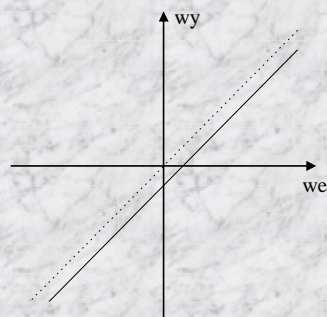
## Zniekształcenia kwantyzera

niemonotoniczność charakterystyki



## Zniekształcenia kwantyzera

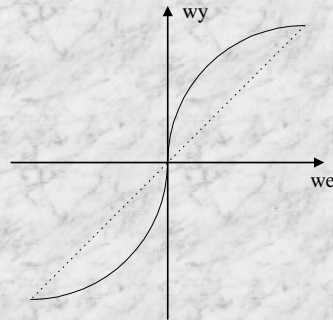
błąd offsetu ( przesunięcia zera)





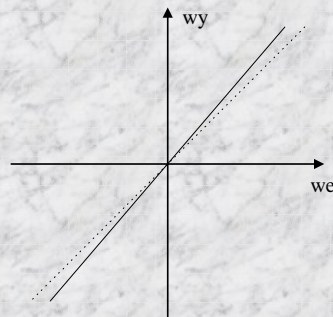
## Zniekształcenia kwantyzera

błąd liniowości



## Zniekształcenia kwantyzera

błąd wzmocnienia



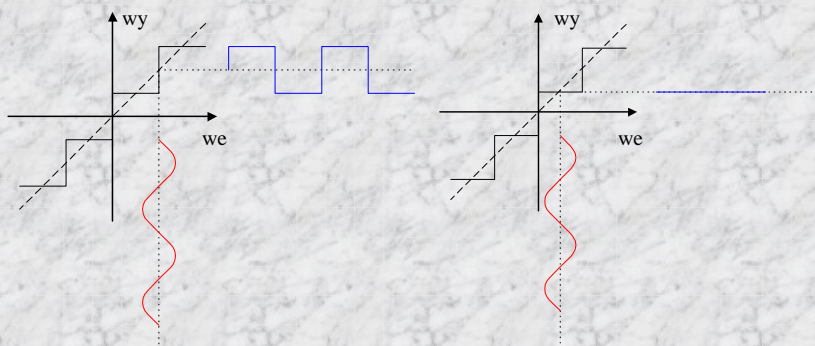
## Zniekształcenia wnoszone w procesie kwantyzacji

zniekształcenia harmoniczne  
(Total Harmonic Distortion)

$$THD_{\%} = \frac{N}{S} * 100\% = \frac{3}{2I_s^2} * 100\% = \frac{2 * 100\%}{3[(2^N - 1)10^{\frac{D_{[dB]}}{20}}]^2}$$

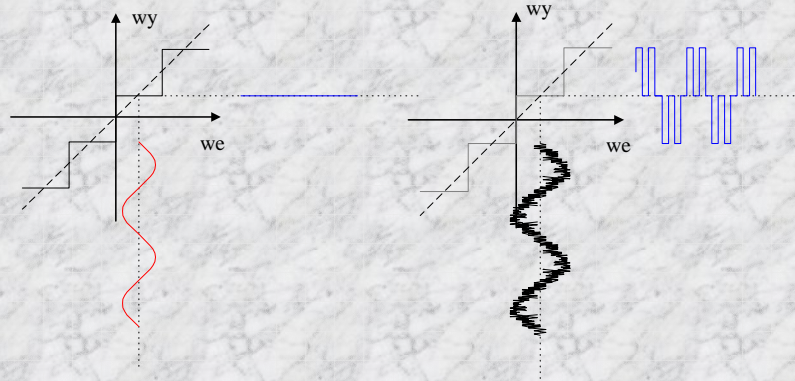
## Zniekształcenia wnoszone w procesie kwantyzacji

głuchota cyfrowa

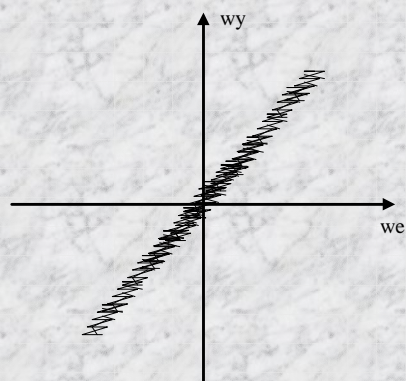




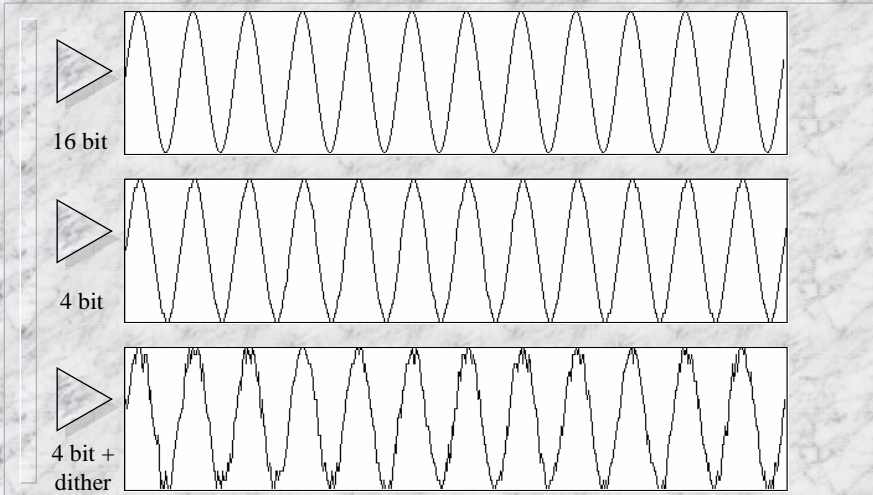
dither



dither



# dither



*Przebieg sinusoidalny 1kHz.*

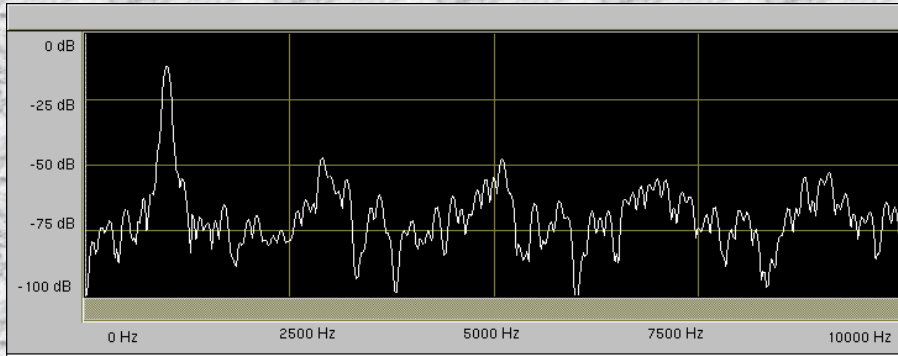
# dither



*widmo  
sin 1kHz 16 bit*

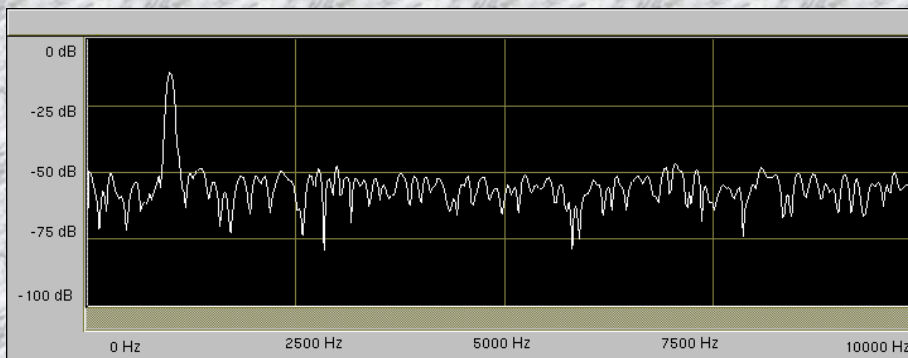


dither



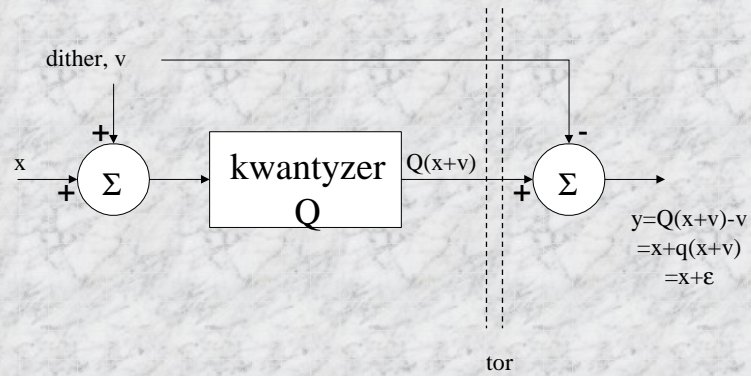
*widmo*  
*sin 1kHz 4 bit*

dither

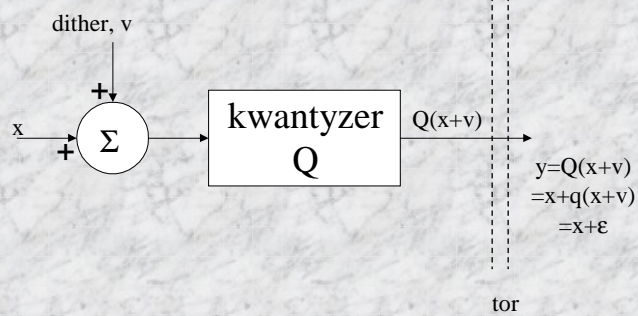


*widmo*  
*sin 1kHz 4 bit + dither*

## dither subtraktywny

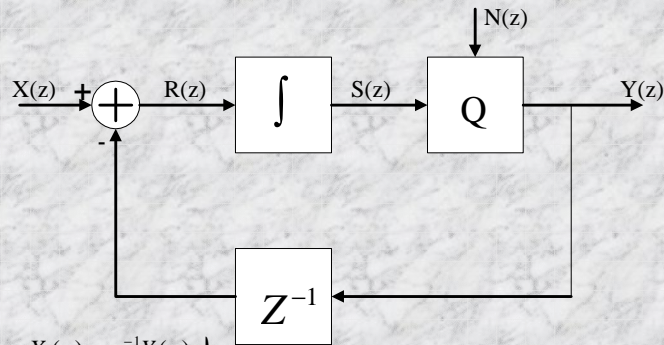


## dither niesubtraktywny





## noise shaping



$$R(z) = X(z) - z^{-1}Y(z)$$

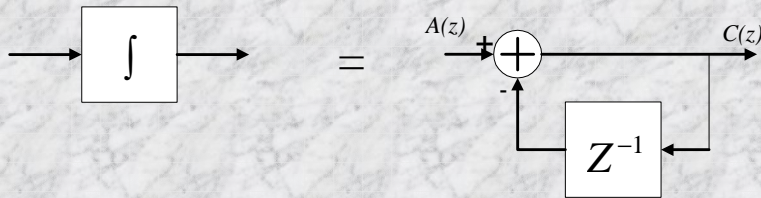
$$S(z) = \frac{1}{1-z^{-1}} R(z)$$

$$Y(z) = S(z) + N(z)$$

$$Y(z) = X(z) + N(z)(1-z^{-1})$$

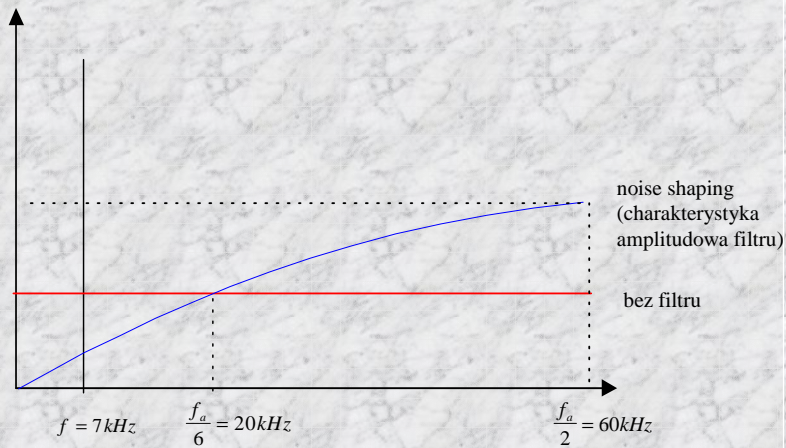
$$\| |H(z)| \| = 2 \left| \sin \frac{\pi f}{f_a} \right|$$

## noise shaping



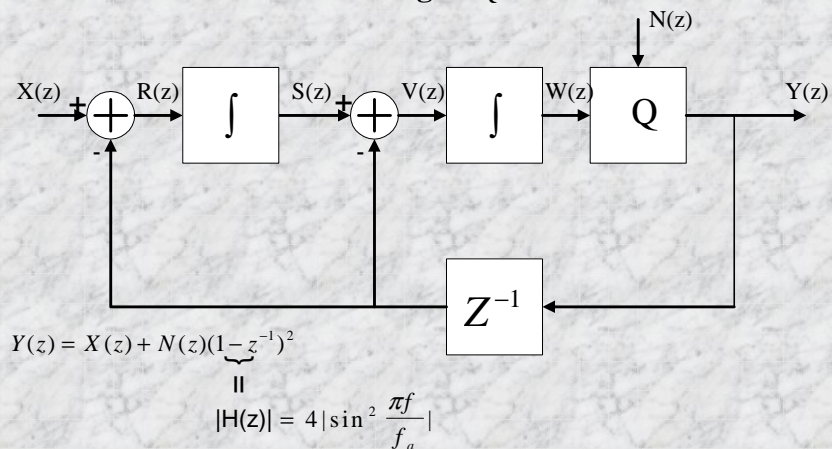
$$C(z) = \frac{1}{1-z^{-1}} A(z)$$

## noise shaping



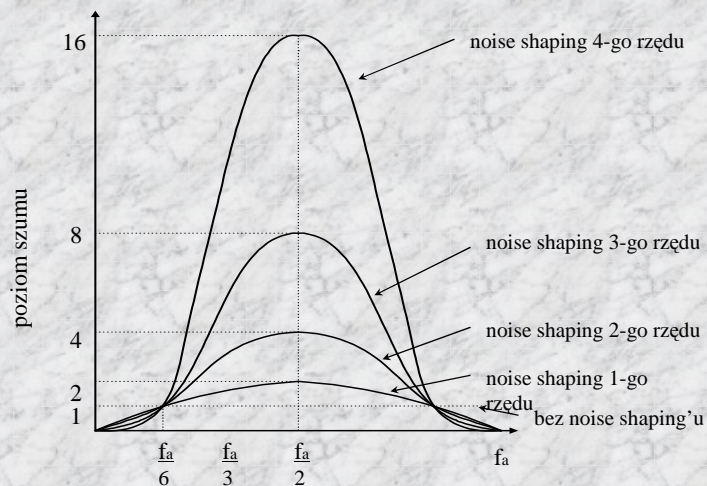
## noise shaping

### układ 2-go rzędu





## noise shaping

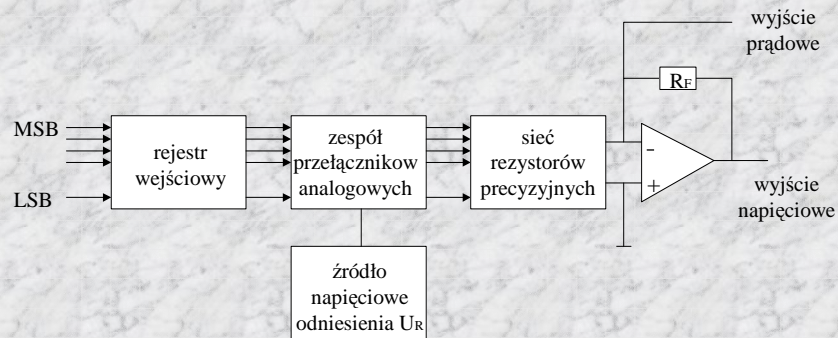


## konwertery

Zaprezentowane zostaną niektóre z metod przetwarzania analogowo-cyfrowego i cyfrowo-analogowego wraz ze schematami oraz podziały według których szereguje się konwertery.

## konwertery C/A

### blokowy schemat ogólny przetwornika C/A



## kryteria podziału konwerterów C/A

**wyjscie** -prądowe  
-napięciowe

**rejestr wejściowy** -szeregowy  
-równoległy  
-trójstanowy

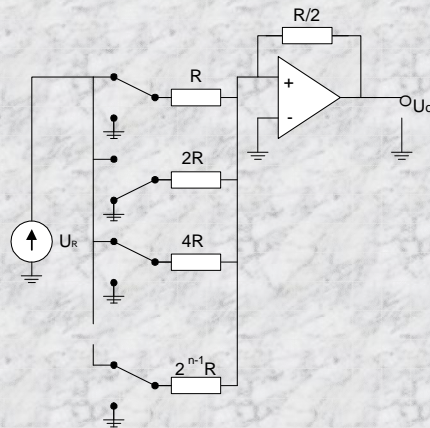
**sieć rezystorów** -rezystory wagowe  
-rezystory R-2R

**typ napięcia** -unipolarne  
-bipolarne

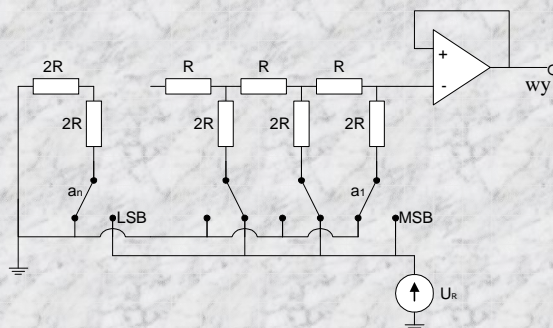
**źródła odniesienia** -napięciowe  
-prądowe



## najprostszy przetwornik C/A z napięciowym źródłem odniesienia



## Przetwornik A/C z napięciowym punktem odniesienia i siecią rezystorów R-2R



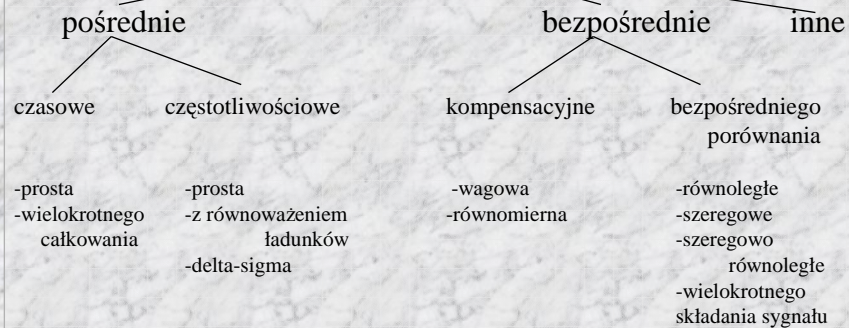
## konwertery A/C

### podział ze względu na szybkość przetwarzania

wolne	$F_s < 10$ kSPS
średnie	$F_s = 10-100$ kSPS
szybkie	$F_s = 100-1000$ kSPS
bardzo szybkie	$F_s > 1000$ kSPS

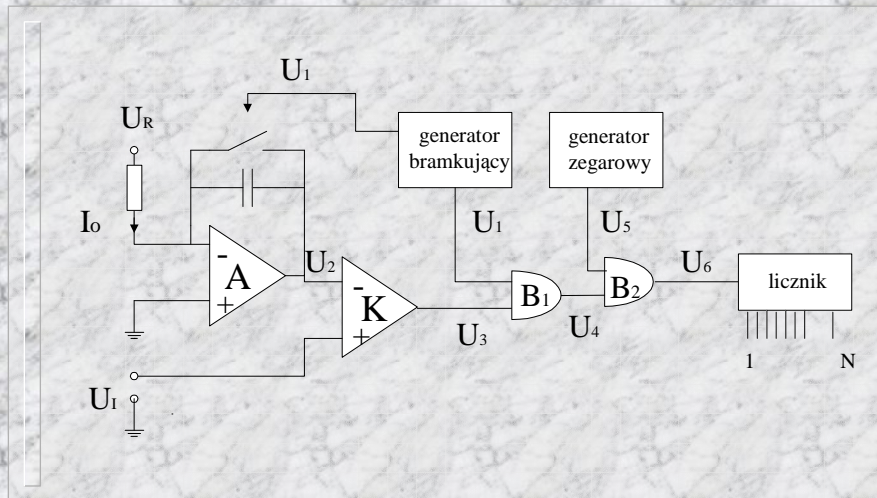
## konwertery A/C

### podział ze względu na metody przetwarzania

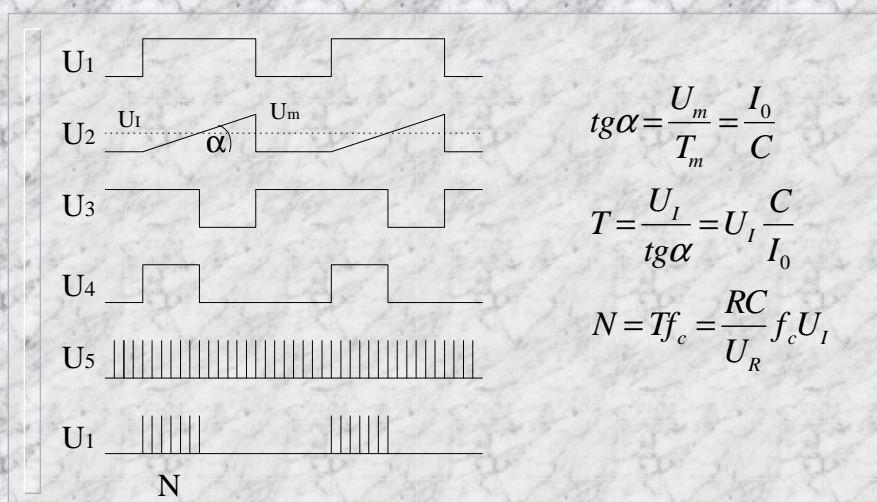




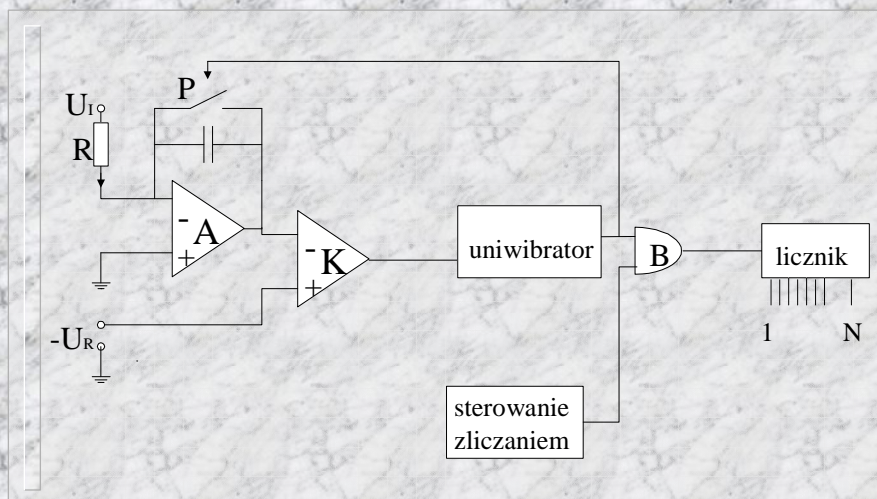
## metoda pośrednia czasowa prosta



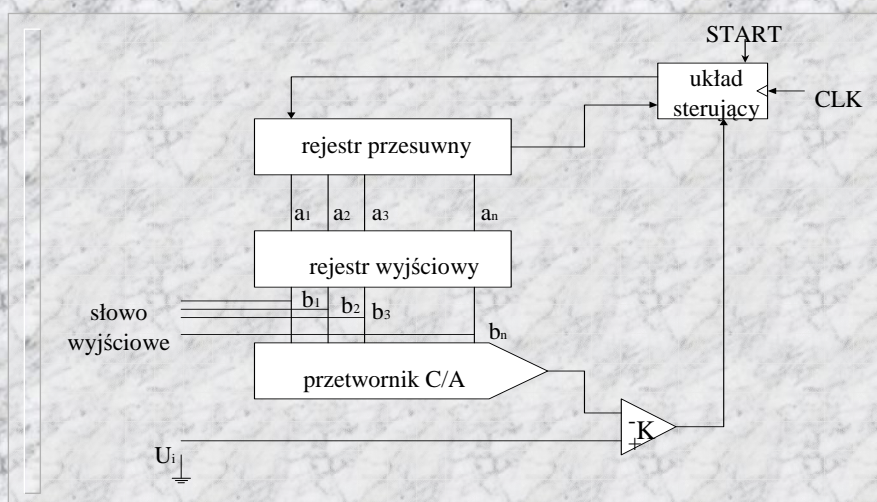
## metoda czasowa prosta



## metoda pośrednia częstotliwościowa prosta

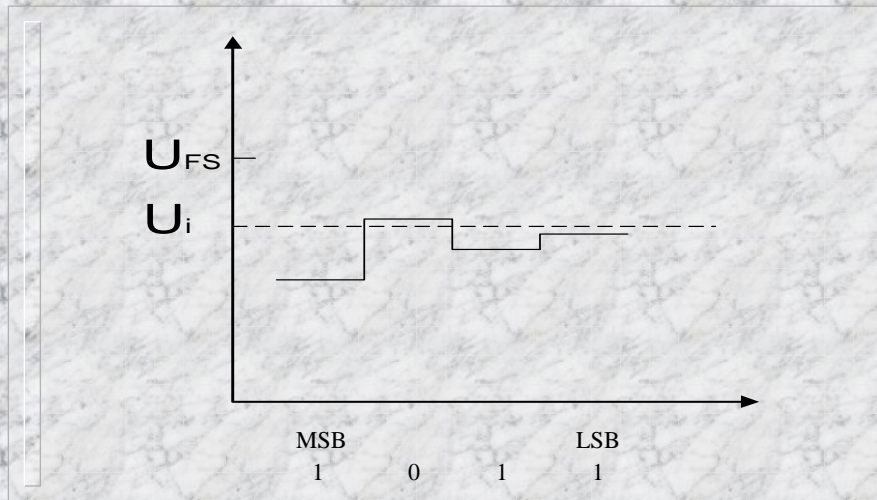


## metoda bezpośrednia kompensacyjna wagowa

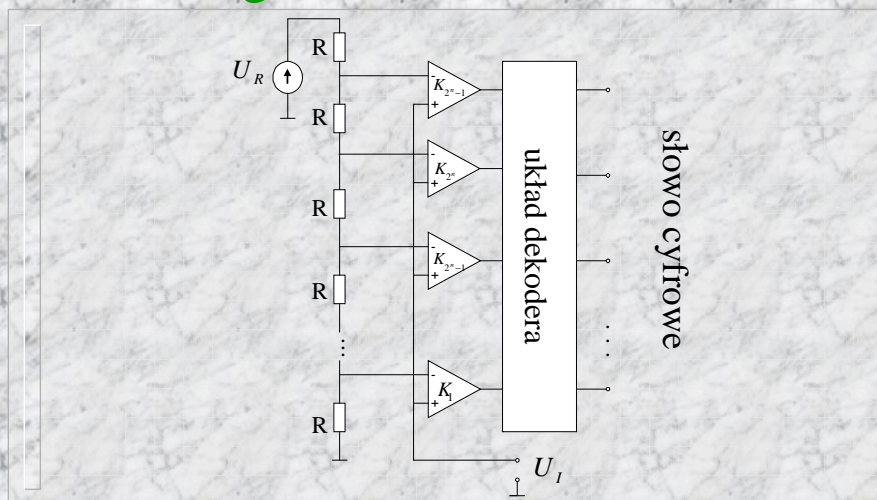




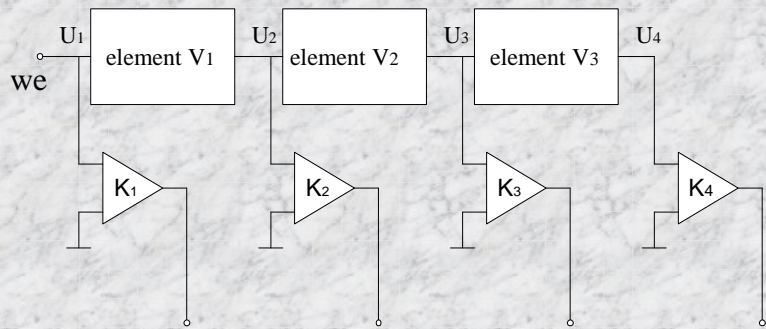
## metoda bezpośrednia kompensacyjna wagowa



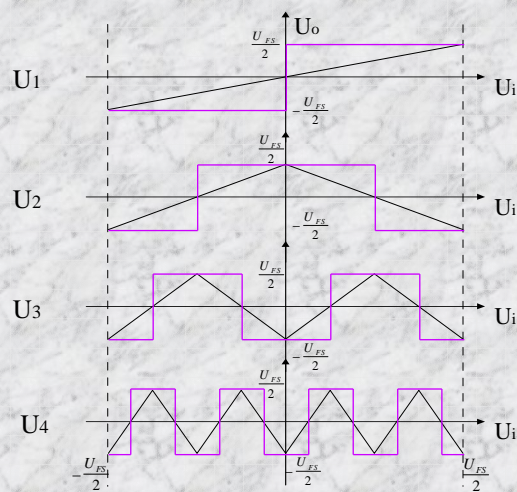
## metoda bezpośredniego porównania równoległa



## metoda bezpośredniego porównania elementów nieliniowych



## metoda bezpośredniego porównania elementów nieliniowych

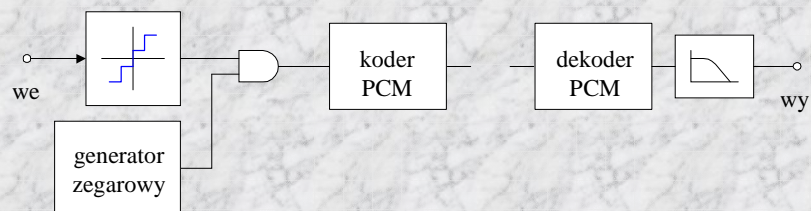




## systemy modulacji

Ostatnia z części dotyczyć będzie systemów modulacji: PCM, Delta, DPCM (sigma-delta). Zostaną przedstawione schematy blokowe obrazujące zasady ich pracy, oraz parametry : maksymalna moc sygnalu wejściowego, szum modulacji i stosunek sygnał-szum zestawione również w celu porównania metod w tabelę.

## modulacja PCM



## modulacja PCM

Przy założeniu równomiernego rozkładu prawdopodobieństwa błędu i pełnego wykorzystania:

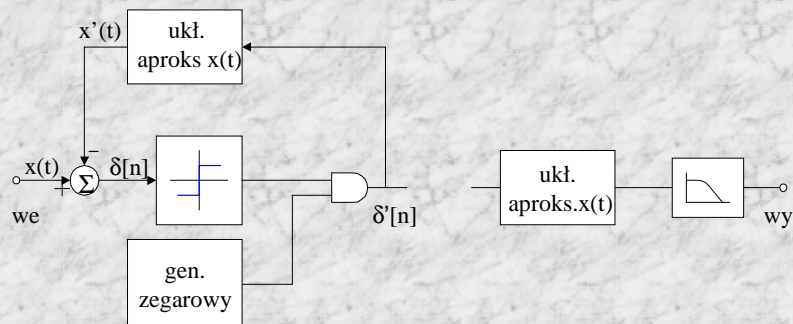
maksymalna moc sygnału:  $S = \frac{1}{8} 2^{2N} h^2$

szum:  $N_q = \frac{h^2}{12}$

stosunek sygnał- szum:  $\frac{S}{N_q} = \frac{3}{2} 2^{2N}$

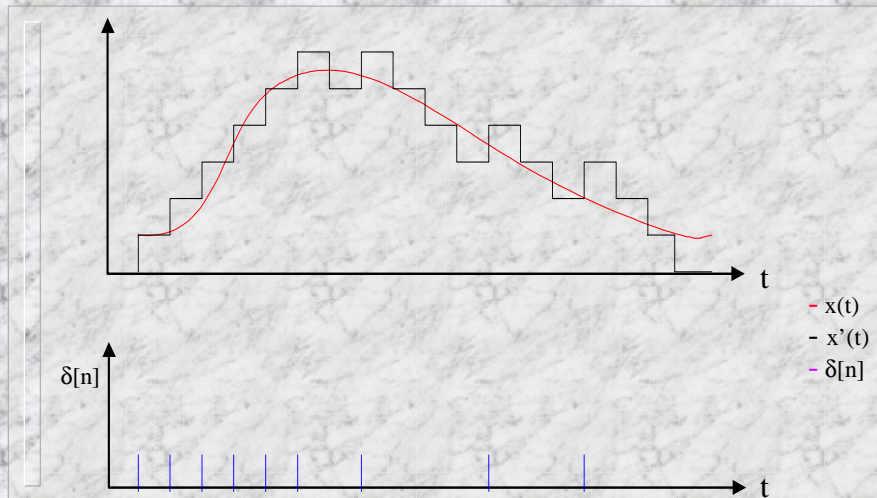
Parametry modulatora PCM są jednoznaczne z parametrami kwantyzera.

## modulacja delta





## modulacja delta



## modulacja delta

Przy założeniu równomiernego rozkładu prawdopodobieństwa błędu i pełnego wysterowania:

maksymalna moc sygnału: 
$$S = \frac{1}{2} A^2 = \frac{1}{8\pi^2} h^2 \left(\frac{f_p}{f_g}\right)^2$$

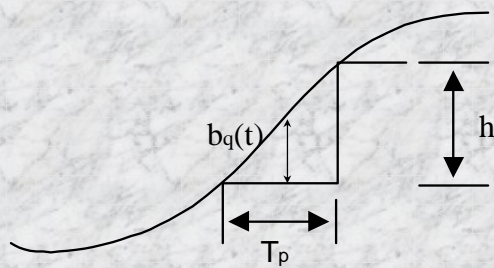
szum: 
$$N_q = \overline{\varepsilon^2} \frac{f_g}{f_p}$$

$$\overline{\varepsilon^2} = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon^2 p(\varepsilon) d\varepsilon = \int_{-h}^h \frac{1}{2h} \varepsilon^2 d\varepsilon = \frac{h^2}{3} \Rightarrow N_q = \frac{h^2}{3} \frac{f_g}{f_p}$$

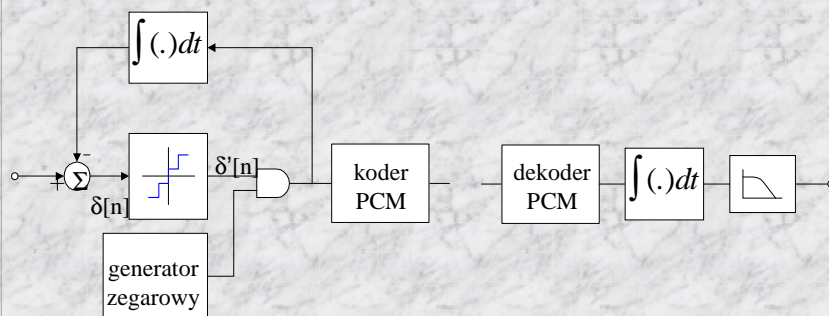
stosunek sygnał- szum: 
$$\frac{S}{N_q} = \frac{3}{8\pi^2} \left(\frac{f_p}{f_g}\right)^3$$

## modulacja delta

pełne wystęrowanie



## modulacja DPCM





## modulacja DPCM

*Przy założeniu równomiernego rozkładu prawdopodobieństwa błędu i pełnego wysterowania:*

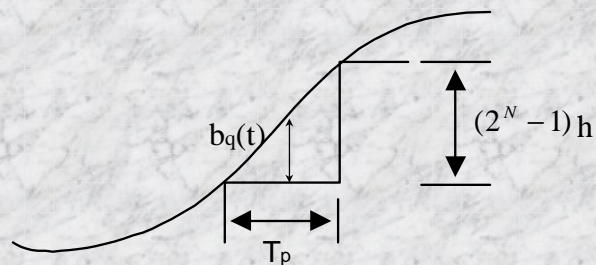
maksymalna moc sygnału: 
$$S = \frac{1}{2} A^2 = \frac{1}{8\pi^2} (2^N - 1)^2 h^2 \left(\frac{f_p}{f_g}\right)^2$$

szum: 
$$N_q = \frac{2h^2 f_g}{3 f_p}$$

stosunek sygnał- szum: 
$$\frac{S}{N_q} = \frac{3}{16\pi^2} (2^N - 1)^2 \left(\frac{f_p}{f_g}\right)^3$$

## modulacja DPCM

pełne wysterowanie



zestawienie parametrów modulatorów przy pełnym wysterowaniu.

modulacja	moc sygnału S	moc szumu $N_q$	S/N
PCM	$\frac{1}{8}h^2 2^{2N}$	$\frac{1}{12}h^2$	$\frac{3}{2}2^{2N}$
Delta	$\frac{1}{8\pi^2}h^2\left(\frac{fp}{fg}\right)^2$	$\frac{1}{3}h^2\left(\frac{fg}{fp}\right)$	$\frac{3}{8\pi^2}\left(\frac{fp}{fg}\right)^3$
DPCM	$\frac{1}{8\pi^2}(2^N - 1)^2 h^2 \left(\frac{fp}{fg}\right)^2$	$\frac{2}{3}h^2\left(\frac{fg}{fp}\right)$	$\frac{3}{16\pi^2}(2^N - 1)^2 \left(\frac{fp}{fg}\right)^3$

Fin