Przykłady par transformat Z (dwustronnych)

L.p.	Sygnał	Transformata	ROC – obszar zbieżności
1	$\delta[n]$	1	wszystkie wartości zmiennej z
2	$u[n]$	$\dfrac{1}{1-z^{-1}}$	$\lvert z\rvert > 1$
3*	$-u[n-1]$	$\dfrac{1}{1-z^{-1}}$	$\lvert z\rvert < 1$
4	$\delta[n-m]$, m-całkowite	z^{-m}	wszystkie z za wyjątkiem 0 gdy m>0 i ∞ gdy m<0
5	$\alpha^n u[n]$	$\dfrac{1}{1-\alpha z^{-1}}$	$\lvert z\rvert > \lvert\alpha\rvert$
6*	$-\alpha^n u[-n-1]$	$\dfrac{1}{1-\alpha z^{-1}}$	$\lvert z\rvert < \lvert\alpha\rvert$
7	$n\alpha^n u[n]$	$\dfrac{\alpha z^{-1}}{\left(1-\alpha z^{-1}\right)^2}$	$\lvert z\rvert > \lvert\alpha\rvert$
8*	$-n\alpha^n u[-n-1]$	$\dfrac{\alpha z^{-1}}{\left(1-\alpha z^{-1}\right)^2}$	$\lvert z\rvert < \lvert\alpha\rvert$
9	$[\cos(\omega_0 n)]u[n]$	$\dfrac{1-(\cos\omega_0)z^{-1}}{1-2(\cos\omega_0)z^{-1}+z^{-2}}$	$\lvert z\rvert > 1$
10	$[\sin(\omega_0 n)]u[n]$	$\dfrac{(\sin\omega_0)z^{-1}}{1-2(\cos\omega_0)z^{-1}+z^{-2}}$	$\lvert z\rvert > 1$
11	$r^n[\cos(\omega_0 n)]u[n]$	$\dfrac{1-(r\cos\omega_0)z^{-1}}{1-2r(\cos\omega_0)z^{-1}+r^2z^{-2}}$	$\lvert z\rvert > r$
12	$r^n[\sin(\omega_0 n)]u[n]$	$\dfrac{(r\sin\omega_0)z^{-1}}{1-2r(\cos\omega_0)z^{-1}+r^2z^{-2}}$	$\lvert z\rvert > r$

* - oznacza sygnały antyprzyczynowe

Właściwości przekształcenia Z

L.p.	**Właściwość**	**Sygnał**	**Transformata Z**	**ROC**
1	Liniowość	$ax_1[n]+bx_2[n]$	$aX_1(z)+bX_2(z)$ *	Co najmniej* wspólny obszar R_1 i R_2
2	Przesunięcie w dziedzinie czasu	$x[n-n_0]$, n_0 - całkowite	$z^{-n_0}X(z)$	R, ewentualnie z początkiem układu współrzędnych, lub bez niego
3	Skalowanie w dziedzinie z	$e^{j\omega_0 n}x[n]$ $z_0^n x[n]$ $a^n x[n]$	$X(e^{-j\omega_0}z)$ $X(z/z_0)$ $X(a^{-1}z)$	R z_0R $\|a\|$R tzn. zbiór punktów $\{\|a\|\}z$ dla z w R
4	Odwrócenie osi czasu	$x[-n]$	$X(z^{-1})$	R^{-1} (zbiór punktów z^{-1}, gdzie z należy do R)
5	Ekspansja w dziedzinie czasu	$x_{(k)}[n]=\begin{cases}x[r], & n=rk\\ 0, & n\neq rk\end{cases}$ r – całkowite	$X(z^k)$	$R^{1/k}$ (zbiór punktów $z^{1/k}$, gdzie z należy do R)
6	Sprzężenie	$x^*[n]$	$X^*(z^*)$	R
7	Splot	$x_1[n]*x_2[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty}x_1[k]x_2[n-k]=$ $=\sum_{k=-\infty}^{\infty}x_2[k]x_1[n-k]$	$X_1(z)X_2(z)$	Co najmniej wspólny obszar R_1 i R_2
8	Pierwsza różnica wstecz	$x[n]-x[n-1]$	$(1-z^{-1})X(z)$	Co najmniej wspólny obszar R i $\|z\|>0$
9	Akumulata	$\sum_{k=-\infty}^{n}x[k]$	$\frac{1}{1-z^{-1}}X(z)$	Co najmniej wspólny obszar R i $\|z\|>1$
10	Różniczkowanie w dziedzinie z	$nx[n]$	$-z\frac{\mathrm{d}X(z)}{\mathrm{d}z}$	R

* Niektóre zera i bieguny mogą się wzajemnie redukować.

Twierdzenie o wartości początkowej.

Jeżeli $x[n]=0$ dla $n<0$, to $x[0]=\lim_{z\to\infty}X(z)$.